

# XI. FIATAL MŰSZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA

Kolozsvár, 2006. március 24-25.

## SZEMCSÉS HALMAZOK MOHR–COULOMB FÉLE NYÍRÁSI TÖNKREMETELÉNEK ELEMZÉSE

**Keppler István**

### **Abstract**

The measurement of the Mohr–Coulomb yield criterion with the use of a modified shear cell is discussed in this paper. Using the shear cell's finite element model, the errors made during the calculation of yield function parameters, and the failure's energetic conditions are also discussed.

### **Összefoglalás**

A szemcsés halmazok nyírási tönkremeneteli tulajdonságainak nyíródobozos mérési módszerét kívánom bemutatni. A nyíródobozbeli feszültségviszonyok végeelem módszerrel történő vizsgálatával bemutatom azokat a hibalehetőségeket, melyekre a mérés elvégzése során ügyelnünk kell. A nyírási tönkremenetel energetikai feltételeit is tárgyalom.

### **Bevezetés**

A gépészmérnöki gyakorlatban a tönkremenetel fogalmát úgy definiálják, mint a szerkezet valamely méretének egy megengedett értéket meghaladó változását. A vizsgált anyagokból megfelelő gondossággal kiválasztott próbatestek szakítóvizsgálatával meghatározott kritikus feszültségek és a valódi terhelésből adódó esetleg többtengelyű igénybevételek által létrehozott terhelések között pedig a redukált feszültség fogalmának alkalmazásával teremtenek kapcsolatot.

A szakítóvizsgálatból nyert kritikus feszültség és az anyagra megengedhető maximális redukált feszültség összehasonlítására tönkremeneteli kritériumokat alkalmaznak. Ezek közül a legegyszerűbb a Mohr–féle hipotézis, amely a feszültségállapotra jellemző Mohr–körök és az ún. tönkremeneteli határgörbék között vizsgál egyszerű geometriai kapcsolatokat. Egy szemcsés anyaghalmoz tönkremenetele jóval bonyolultabb folyamat, mint egy acél próbatest maradó alakváltozása.

### **Nyírási tönkremenetel**

A szemcsehalmoz egy elemi tartományában akkor következik be *nyírási tönkremenetel*, ha található a tartományon átmenő olyan  $\mathbf{n}$  normálisú sík, amelyiken a  $\tau_{nm}$  nyírófeszültségek túllépik a  $\sigma_n$  normálfeszültség értékének egy meghatározott hányadát.

A Mohr–Coulomb-féle tönkremeneteli kritérium:

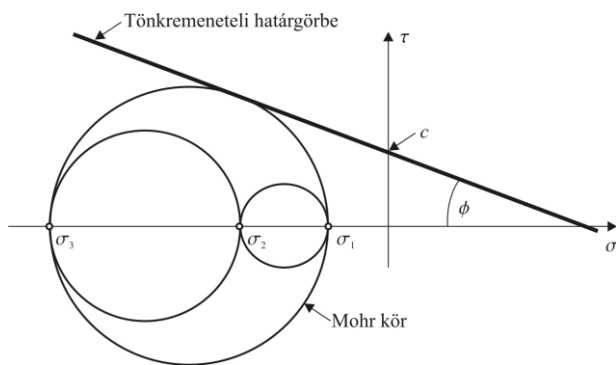
$$|\tau_{nm}| \geq \sigma_n \tan\phi + c, \quad (1)$$

ahol  $c$  az anyaghalmoz kohéziója,  $\phi$  pedig a halmaz belső súrlódási szöge.

A nyírási tönkremenetelhez tartozó Mohr-körök burkológörbáját *tönkremeneteli határgörbének* nevezzük (**1. ábra**). A  $\phi$  és  $c$  paraméter meghatározása nyírókészülék segítségével történik (Sitkei, 1981).

**Nyírókészülék**

A nyírókészülék segítségével egy az anyagminta belsejében, meghatározott sík mentén ható erőrendszert működtetve idézik elő az anyagminta nyírási tönkremenetelét, miközben a mintára nyírási



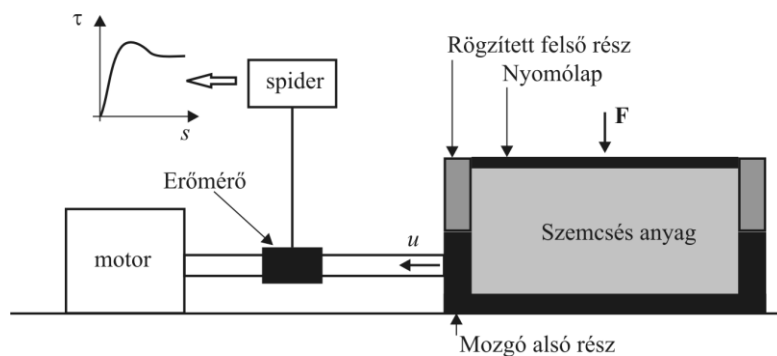
**1. ábra:** Nyírási tönkremenetel

síkra merőleges irányból állandó nyomóerőt biztosítanak. A készülék egy rögzített és egy mozgó keretrészből áll (**2. ábra**). A talajvizsgálatoknál alkalmazott (Kézdi, 1972) nyíródoboz Balássy (1993) által módosított változatát alkalmaztam kísérleti vizsgálataimhoz. Ennél a készüléknél a keret mozog állandó sebességgel, és erőmérő cella segítségével mérhetjük a nyírási síkban fellépő  $\tau$  feszültségek legyőzéséhez szükséges

oldalirányú erő értékét. Az általam használt berendezés abban tér el a szokásostól, hogy ennek a nyírókészüléknek az anyagminta tárolására szolgáló része nem henger alakú, mint a klasszikus berendezéseké, hanem téglatest alakú minta nyírására adott lehetőséget.

**A nyírási tönkremenetel vizsgálata nyírókészülék segítségével**

Különböző nagyságú függőleges  $F$  terhelések felvitele után a nyírási síkban fellépő csúsztató feszültségek legyőzésére fordított erőt erőmérő cellával mérjük, és azt az elmozdulás függvényében



**2. ábra:** Nyírókészülék vázlata.

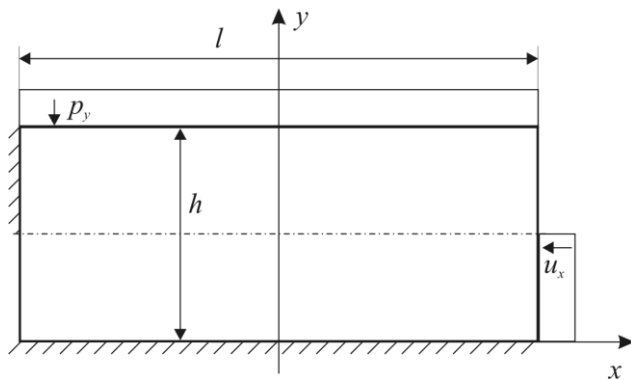
ábrázoljuk. Az erő az elmozdulás függvényében általában meredeken növekszik, s egy bizonyos elmozdulás után közel állandó marad. Ebből az állandósult erőtől határozzuk meg – egyenletes feszültség eloszlást feltételezve – az adott  $\sigma_n$  normálfeszültséghez tartozó

$\tau_{nm}$  csúsztató feszültséget. Több, így felvett  $\sigma_n, \tau_{nm}$  pár ismeretében határozhatjuk meg a  $\phi$  belső súrlódási szög és a  $c$  kohézió értékét a mérési pontokra illesztett egyenes egyenletéből.

**A nyírókészülék hibái**

A készüléknek két alapvető hibája van. Egyrészt a nyíródobozba töltött anyagban a doboz falán is nyomás keletkezik, ezért a feszültségi állapot nem egytengelyű. Ebből adódóan a tönkremeneteli

feszültségi állapotot meghatározó Mohr-körök burkológörbéje nem azonos a mért nyomó- és nyírófeszültségek által meghatározott pontokon átfektetett egyenessel. Ez a belső súrlódási szög szempontjából kisebb, a kohézió szempontjából nagyobb eltérést jelent. Másrészt a normálerő ráadásakor sem jön létre egyenletes nyomáseloszlás, de a nyírási folyamat megindulásakor, a feszültség-átrendeződések



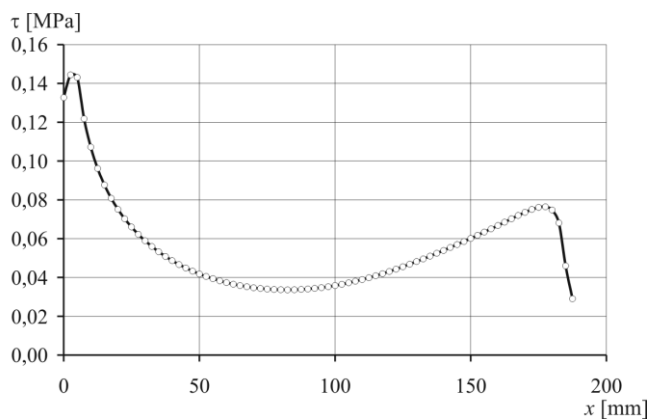
3. ábra: Nyíródoboz mechanikai modellje

eredményeként a nyomáseloszlás bizonyosan egyenletlenné válik, míg az értékelésnél a csúsztató feszültséget egyenletes feszültségeloszlás feltételezésével számoljuk.

**A nyírókészülék végelem modellje**

A csúsztatófeszültség-eloszlás vizsgálatához elkészítettem a nyírókészülék végelem modelljét. A modell egy, a nyírókészülék geometriai adataival egyező keresztmetszetű,  $h$  magasságú,  $l$  szélességű téglalap alakú tartomány volt, melynek a rajz síkjára merőleges irányú kiterjedését végtelennek tekintettem (3. ábra). Lineárisan rugalmas, homogén, izotróp anyagmodellt alkalmaztam, a peremfeltételek az ábráról leolvashatók. Kinematikai teher a jobb alsó rész előírt  $u_x$  elmozdulása.

A végelem modellel meghatározott feszültségeloszlás nem konstans (4. ábra). A csúsztató feszültség eloszlás nemlinearitásából következik, hogy a gyakorlatban csupán  $\tau_{\max} = \frac{F_{\max}}{A}$



4. ábra:  $\tau$  eloszlás a nyíródoboz középvonalában.

összefüggésből számított maximális csúsztatófeszültség értéket alkalmazva a  $c$  kohézió és  $\phi$  belső súrlódási szög értékének meghatározására, jelentős hibát vétünk. Ilyenkor ugyanis egy  $\tau_a$  átlagos csúsztatófeszültség értéket számítunk. A  $\tau_a$  átlagértéket szokás annak a kritikus csúsztatófeszültség értéknek tekinteni, amely egy kontinuumelem környezetében a nyírási tönkremenetel megindulását okozza.

A  $\tau_a$  átlagos csúsztatófeszültség alkalmazása a kontinuum elem terhelhetőségének alulbecslését eredményezi. Ezenkívül a nyíródobozzal meghatározott  $c$  kohézió és  $\phi$  belső súrlódási szög értéke is kérdésessé válik mindaddig, míg a  $\tau_a$  átlagos csúsztatófeszültség értékét alkalmazzuk a nyírási kísérletek kiértékelése során. Többek között ez a pontatlanság okozza a szemcsés halmazok tönkremeneteli folyamatainak modellezésével – például természetes boltzatok összeomlásával –

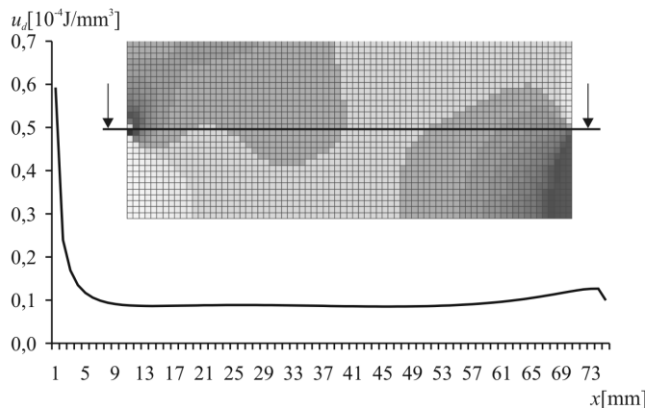
foglalkozó kutatások eredményeinek gyakran jelentős eltérését a valóságban lezajló folyamatokétól.

### A nyírási tönkremenetel energetikai elemzése

Feltételezésem szerint a nyíródobozban lévő szemcsehalmazban akkor indul meg a halmaz elnyíródását okozó repedésterjedés, amikor a fajlagos torzítási energiasűrűség értéke túllép egy kritikus értéket a kezdeti repedés környezetében. A fajlagos torzítási energiasűrűségi mezőt meghatározhatjuk az

$$u_d(x, y) = \frac{1}{6G} (F_I^2 - 3F_{II}), \quad (2)$$

összefüggés segítségével, ahol  $F_I$  és  $F_{II}$  a feszültségi tenzor első- és második skalárinvariánsa,  $G$  pedig a csúsztató rugalmassági modulus.



5. ábra:  $u_d$  eloszlás a nyíródoboz középvonala mentén

A szemcsés anyagok tönkremeneteli folyamatainak egységes modellezésének alapja a tönkremenetel energetikai alapokon történő modellezése. Ennek elérése érdekében a szemcsés anyagok klasszikus kontinuum modelljét bővítenünk kell.

Véleményem szerint a szemcsés halmazok kontinuum modelljét úgy kell tekintenünk, mint egy olyan kontinuumot, amelyben

hely és orientáció szerint egyenletes eloszlásban mikrorepedések találhatóak, amelyek akkor indulnak növekedésnek, amikor az őket tartalmazó kontinuumelemenben a fajlagos torzítási energiasűrűség értéke túllép egy, az anyaghalmazra jellemző korlátot. Ezt a modellt mikrorepedéses kontinuummodellnek nevezem.

A mikrorepedéses kontinuummodell alkalmazhatóságához szükséges, hogy az instabil repedésterjedés megindulásához szükséges fajlagos torzítási energia intenzitás értékének mérésével történő meghatározásának módszerét kidolgozzuk. Az előbbieken leírt nyíródobozos vizsgálati módszer lehet ennek a mérési eljárásnak kiindulópontja. Amennyiben a kritikus energiaintenzitás értékét mérésével meg tudjuk határozni, abban az esetben a szemcsés halmazok tönkremenetelét egységes alapelvek felhasználásával modellezhetjük.

### Irodalom:

1. Sitkei György: *Mezőgazdasági anyagok mechanikája*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1981.
2. Kézdi Árpád: *Talajmechanika I.-II.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1972.
3. Balássy Zoltán: *Algoritmus és berendezés....* Kandidátusi értekezés (kézirat), Gödöllő 1993.
4. Tóth László: *Kísérleti és numerikus feszültséganalízis...* Miskolc 1999.

### Keppler István

Szent István Egyetem Gépészmérnöki Kar, Mechanikai és Géptani Intézet  
06 28 522 042, keppler.istvan@gek.szie.hu